

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	8
Введение	9
Глава I. Матрицы и определители	11
§ 1. Действия с матрицами	11
1.1. Матрицы. Основное поле (11). 1.2. Умножение матриц (13). 1.3. Транспонирование матриц (20). 1.4. Клеточные матрицы (24). 1.5. Кватернионы (28). Примеры и задачи	32
§ 2. Определители	34
2.1. Определение (34). 2.2. Основные свойства определителей (42). 2.3. Определитель произведения. Обратные матрицы (53). 2.4. Крамеровские системы линейных уравнений (59). Дополнения и примеры	64
§ 3. Характеристический и минимальный многочлены ...	65
3.1. Подобие матриц (65). 3.2. Характеристический многочлен (67). 3.3. Минимальный многочлен (71). Примеры и задачи	75
Глава II. Линейные пространства	77
§ 4. Размерность	77
4.1. Модули и векторные пространства (77). 4.2. Линейная зависимость (82). 4.3. Изоморфизм (91). Примеры и задачи	95
§ 5. Координаты	96
5.1. Координаты вектора (96). 5.2. Ранги матриц (101). 5.3. Общие системы линейных уравнений (109). Дополнения и примеры	113
§ 6. Линейные подпространства	115
6.1. Пересечение и сумма подпространств (115). 6.2. Прямые суммы (120). 6.3. Системы однородных линейных уравнений (124). Примеры и задачи	128

Глава III. Линейные преобразования	130
§ 7. Преобразования произвольных множеств	130
7.1. Произведение преобразований (130). 7.2. Единичное и обратное преобразования (132). 7.3. Взаимно однозначные преобразования (133). 7.4. Подстановки (134).	
Примеры и задачи	137
§ 8. Линейные преобразования и их матрицы	138
8.1. Простейшие свойства (138). 8.2. Матрица линейного преобразования (141). 8.3. Преобразование координат (143).	
Примеры и задачи	144
§ 9. Действия с линейными преобразованиями	145
9.1. Умножение линейных преобразований (145).	
9.2. Умножение на число и сложение (147).	
9.3. Многочлены от линейных преобразований (149).	
Примеры и задачи	151
§ 10. Ранг и дефект линейного преобразования	151
10.1. Ядро и область значений (151). 10.2. Особенные и неособенные преобразования (153).	
10.3. Ранг матрицы преобразований (156).	
Примеры и задачи	158
§ 11. Инвариантные подпространства	159
11.1. Индуцированное преобразование (159).	
11.2. Прямая сумма инвариантных подпространств (161). 11.3. Характеристический многочлен преобразования (163). 11.4. Собственные векторы и собственные значения (164).	
Примеры и задачи	167
§ 12. Преобразования с матрицей нормальной формы	168
12.1. Диагональная форма (169). 12.2. Клетки Жордана (170). 12.3. Корневые подпространства (171).	
Примеры и задачи	174
Глава IV. Многочленные матрицы	175
§ 13. Инвариантные множители	175
13.1. Эквивалентность (175). 13.2. Диагональная форма (177). 13.3. Наибольшие общие делители миноров (181). 13.4. Условия эквивалентности (185).	
Примеры и задачи	188

§ 14. Элементарные делители	190
14.1. Связь с инвариантными множителями (190).	
14.2. Элементарные делители распавшейся матрицы (191).	
Примеры и задачи	193
§ 15. Нормальные формы матрицы линейного преобразования	194
15.1. Деление λ -матриц (194). 15.2. Скалярная эквивалентность (196). 15.3. Критерий подобия матриц (197). 15.4. Нормальная форма Жордана (199). 15.5. Естественная нормальная форма (202). 15.6. Другие нормальные формы (205).	
Примеры и задачи	209
§ 16. Функции от матриц	211
16.1. Многочлен от жордановой матрицы (211). 16.2. Скалярные функции (213). 16.3. Представление значений функций многочленами (216). 16.4. Элементарные делители функций (218). 16.5. Степенные ряды (222). 16.6. Матрицы, перестановочные с данной матрицей (224). 16.7. Матрицы, перестановочные с перестановочными матрицами (228).	
Примеры и задачи	231
Глава V. Унитарные и евклидовы пространства	232
§ 17. Унитарные пространства	232
17.1. Аксиоматика и примеры (232). 17.2. Длина вектора (236). 17.3. Ортонормированные системы (239). 17.4. Изоморфизм (245). 17.5. Ортогональные суммы. Проекции (246).	
Примеры и задачи	249
§ 18. Сопряженные преобразования	250
18.1. Линейные функции (250). 18.2 Сопряженные преобразования (253). 18.3. Нормальные преобразования (256).	
Примеры и задачи	262
§ 19. Унитарные и симметрические преобразования	263
19.1. Унитарные преобразования (263). 19.2. Унитарная эквивалентность (266). 19.3. Нормальная форма матрицы унитарного преобразования (268). 19.4. Симметрические преобразования (270). 19.5. Кососимметрические преобразования (273). 19.6. Неотрицательные симметрические преобразования (275).	
Примеры и задачи	279

§ 20. Разложения общих преобразований	281
20.1. Разложение на симметрическую и кососимметрическую части (281). 20.2. Полярное разложение (282). 20.3. Преобразование Кэли (286). 20.4. Спектральное разложение (289).	
Примеры и задачи	295
Глава VI. Квадратичные и билинейные формы	297
§ 21. Билинейные формы	297
21.1. Преобразование форм (297). 21.2. Эквивалентность билинейных форм (300). 21.3. Конгруэнтность симметрических билинейных форм (302).	
Примеры и задачи	305
§ 22. Квадратичные формы	306
22.1. Конгруэнтность (306). 22.2. Алгоритм Лагранжа (309). 22.3. Закон инерции квадратичных форм (313). 22.4. Знакопостоянные формы (314).	
Примеры и задачи	316
§ 23. Пары форм	317
23.1. Эквивалентность пар форм (317). 23.2. Конгруэнтность пар форм (319). 23.3. Конгруэнтность несимметрических билинейных форм (323).	
Примеры и задачи	325
§ 24. Билинейные функции	326
24.1. Основные определения (326). 24.2. Пространства с билинейной метрикой (330). 24.3. Билинейные функции в билинейно-метрических пространствах (335).	
Примеры и задачи	341
Глава VII. Линейные преобразования билинейно-метрических пространств	343
§ 25. Основные типы линейных преобразований	343
25.1. Автоморфизм (343). 25.2. Симметрические и кососимметрические преобразования (349).	
Примеры и задачи	351
§ 26. Комплексные евклидовы пространства	352
26.1. Симметрические преобразования (352).	
26.2. Кососимметрические преобразования (354).	
26.3. Комплексные ортогональные преобразования (359).	
Примеры и задачи	361

§ 27. Симплектические пространства	362
27.1. Симметрические преобразования (362).	
27.2. Кососимметрические преобразования (365).	
27.3. Симплектические преобразования (367).	
Примеры и задачи	369
§ 28. Псевдоунитарные пространства	369
28.1. Симметрические преобразования (370).	
28.2. Псевдоунитарные преобразования (379).	
Примеры и задачи	380
Г л а в а VIII. Аффинные пространства	382
§ 29. Общие аффинные пространства	382
29.1. Аксиоматика (382).	
29.2. Линейные многообразия (392).	
29.3. Параллельные плоскости (403).	
29.4. Линейные функционалы (405).	
Дополнения и примеры	411
§ 30. Аффинные координаты	413
30.1. Координаты точки (413).	
30.2. Уравнения плоскостей (417).	
30.3. Уравнения гиперплоскостей и прямых (426).	
30.4. Преобразование аффинных координат (431).	
Примеры и задачи	437
§ 31. Выпуклые тела	437
31.1. Лучи (438).	
31.2. Полупространства (441).	
31.3. Выпуклые множества (445).	
Дополнения и примеры	451
§ 32. Евклидовы точечные пространства	452
32.1. Длина ломаной (452).	
32.2. Угол между прямыми (454).	
32.3. Ортогональные проекции (458).	
32.4. Угол между плоскостью и прямой (464).	
Примеры и задачи	466
Предметный указатель	467